

To Lotto-vindere har vundet hovedpræmien to gange

Første vinder

Vi forestiller os, at manden har spillet 10 rækker i Lotto hver uge siden 1989. Han fik 7 rigtige første gang i 2001 og anden gang i 2017.

Der er 8.347.680 rækker i Lotto, hvoraf kun én har 7 rigtige. Sandsynligheden for at få 7 rigtige ved at spille på 10 rækker en enkelt uge er således

$$\text{Ssh1} = \frac{10}{8.347.680} = 1.197938 \cdot 10^{-06}.$$

Hvis man spiller 10 rækker i Lotto, hver uge i 12 år (dvs. i 624 uger), bliver sandsynligheden for at man vinder mindst én gang i løbet af de 12 år ifølge formlen (2) nedenfor givet ved:

$$\text{Ssh2} = 1 - (1 - \text{Ssh1})^{624} = 0.0007472342.$$

Sandsynligheden for at få 7 rigtige mindst 2 gange ved spil på 10 rækker, hver uge i 28 år (dvs. 1456 uger), kan bestemmes som 1 minus sandsynligheden for at vinde højst én gang. Sidstnævnte sandsynlighed kan bestemmes som summen af sandsynlighederne for at man vinder præcis 1 gang og sandsynligheden for at man vinder 0 gange, hvilket ifølge formlen (1) nedenfor bliver til

$$\text{Ssh3} = 1456 \cdot \text{Ssh1} \cdot (1 - \text{Ssh1})^{1456-1} + (1 - \text{Ssh1})^{1456} = 0.9999985.$$

Sandsynligheden for at vinde mindst 2 gange ved spil på 10 rækker, hver uge i 28 år, bliver således

$$\text{Ssh4} = 1 - \text{Ssh3} = 1.518303 \cdot 10^{-06}.$$

Sandsynligheden for at vinde mindst 1 gang ved spil hver uge i 28 år bliver som ved bestemmelsen af Ssh2:

$$\text{Ssh5} = 1 - (1 - \text{Ssh1})^{1456} = 0.001742678.$$

Antag nu, at 1 million danskere spiller 10 rækker hver uge i 28 år. Hver af dem har så Ssh4 for at vinde (få 7 rigtige) mindst to gange. Antallet af danskere, som dette vil ske for, bliver således binomialfordelt med parametre (1.000.000, Ssh4). Derfor kan sandsynligheden for, at mindst én dansker vinder i Lotto to gange i løbet af de 28 år, ved brug af formlen (2) udregnes som

$$\text{Ssh6} = 1 - (1 - \text{Ssh4})^{1.000.000} = 0.7809169.$$

dvs. godt 78%.

Anden vinder

Vi forestiller os, at ægteparret har spillet 10 rækker i Lotto, hver uge siden 1989. De får 7 rigtige første gang i 1997 og anden gang i 2023.

Sandsynligheden for at vinde mindst to gange i løbet af de 34 år (dvs. 1768 uger) kan udregnes på samme måde som Ssh4 ovenfor, nemlig som

$$\text{Ssh7} = 1 - 1768 \cdot \text{Ssh1} \cdot (1 - \text{Ssh1})^{1768-1} - (1 - \text{Ssh1})^{1768} = 2.238436 \cdot 10^{-06}.$$

Det er jo så åbenbart sket for to danskere, at de i perioden 1989–2023 har fået 7 rigtige i Lotto to gange (ved at spille 10 rækker hver uge). Antag igen, at 1 mio. danskere spiller 10 rækker hver uge nu i 34 år. Antallet af danskere, der får 7 rigtige mindst to gange, bliver da, som ved udregningen af Ssh6, binomialfordelt med parametre (1.000.000, Ssh7). Og sandsynligheden for at antallet af danskere, dette sker for, er mindst 2 kan da udregnes som

$$\text{Ssh8} = 1 - 1.000.000 \cdot (\text{Ssh7}) \cdot (1 - \text{Ssh7})^{1.000.000-1} - (1 - \text{Ssh7})^{1.000.000} = 0.6547017.$$

dvs. godt 65%.

Teoretisk baggrund

Binomialfordelingen

Lad n være et positivt helt tal og p et tal mellem 0 og 1. Så bestemmer *Binomialfordelingen med parametre* (n, p) fordelingen af antallet af gange en spiller vinder, hvis hun n gange deltager i et spil, som hun har sandsynlighed p for at vinde. For ethvert antal k mellem 0 og n gælder der således:

$$\text{Sandsynligheden for at spilleren vinder netop } k \text{ spil} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}. \quad (1)$$

Her er $\binom{n}{p}$ binomial-koefficienten givet ved: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, og “!” angiver fakultetsfunktionen: $k! = k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdots 2 \cdot 1$. Specielt fremgår det, at sandsynligheden for, at spilleren ikke vinder et eneste af de n spil, er:

$$\text{Sandsynligheden for at spilleren vinder 0 spil} = (1-p)^n,$$

og sandsynligheden for at det modsatte sker, altså at spilleren vinder mindst et spil, bliver dermed:

$$\text{Sandsynligheden for at spilleren vinder mindst et spil} = 1 - (1-p)^n. \quad (2)$$

Lotterimodel I

Betragt et lotteri med i alt n lodder, hvoraf de m giver gevinst. Hvis man køber k lodder, hvad er da sandsynligheden for at netop ℓ af dem giver gevinst? Denne sandsynlighed kan bestemmes som:

$$\frac{\binom{m}{\ell} \binom{n-m}{k-\ell}}{\binom{n}{k}}. \quad (3)$$

Lotterimodel II

Betragt et lotteri med i alt n lodder, hvoraf a lodder giver gevinst A, mens b andre lodder giver gevinst B, og resten af lodderne giver ingen gevinst. Hvis man køber k lodder, hvad er da sandsynligheden for, at man vinder begge gevinster (A og B) præcis en gang? Denne sandsynlighed kan bestemmes som:

$$\frac{a \cdot b \cdot \binom{n-a-b}{k-2}}{\binom{n}{k}}. \quad (4)$$