

# Overvejelser omkring sandsynligheden for at Thomas' udkårne har samme fødselsdato som ham selv

Lad os forestille os, at Thomas kun er romantisk interesseret i personer fra et alderssegment på 10 år omkring hans egen alder. Der er således  $10 \cdot 365 = 3650$  mulige fødselsdatoer (inkl. år) for personer i det rette alderssegment. Vi forestiller os også, at da Thomas i 1991 flytter ind på Ravnsbjerg Kollegiet, bor der 225 kvinder på kollegiet, hvoraf 75%, dvs. 169, er kvinder i det rigtige alderssegment. Sandsynligheden for, at én tilfældig af disse kvinder har samme fødselsdato (inkl. år) som Thomas, bliver da  $\frac{1}{3650}$ , og sandsynligheden for, at mindst 1 af de 169 kvinder har samme fødselsdato som Thomas, bliver da ifølge formlen (2) nedenfor

$$\text{Ssh19} = 1 - \left(1 - \frac{1}{3650}\right)^{169} = 0.04525187,$$

dvs. ca. 4.5%.

I tillæg til ovenstående kommer jo så sandsynligheden for, at Thomas også falder for en person fra det rette alderssegment (og omvendt). Jeg skal afholde mig fra at forsøge at sætte kærligheden på formel, men hvis man forestiller sig, at der er sandsynlighed  $p$  for, at Thomas bliver forelsket i en tilfældigt udvalgt kvinde fra det rette alderssegment, så kan sandsynligheden for, at han forelsker sig i (mindst) én kvinde fra kollegiet, der også har samme fødselsdato som hans, udregnes som

$$\text{Ssh20} = 1 - \left(1 - \frac{p}{3650}\right)^{169}$$

ved endnu en anvendelse af (2). Men her må det være op til Thomas at estimere  $p$  ☺

Hvis der på kollegiet bor 150 drenge i det beskrevne alderssegment, der alle er romantisk indstillede ligesom Thomas (dvs. de har alle sandsynligheden  $p$  for at blive forelsket i en tilfældigt udvalgt af de betragtede 169 kvinder), da kan sandsynligheden for, at mindst én af dem bliver forelsket i en pige fra kollegiet med samme fødselsdato som ham selv, udregnes som

$$\text{Ssh21} = 1 - (1 - \text{Ssh20})^{150}.$$

Hvis vi f.eks. sætter  $p = 0.05$ , får man

$$\text{Ssh20} = 0.002312407 \quad \text{og} \quad \text{Ssh21} = 0.2933803.$$

altså hhv. godt 2‰ og godt 29%.

## Teoretisk baggrund

### Binomialfordelingen

Lad  $n$  være et positivt helt tal og  $p$  et tal mellem 0 og 1. Så bestemmer *Binomialfordelingen med parametre  $(n, p)$*  fordelingen af antallet af gange en spiller vinder, hvis hun  $n$  gange deltager i et spil, som hun har sandsynlighed  $p$  for at vinde. For ethvert antal  $k$  mellem 0 og  $n$  gælder der således:

$$\text{Sandsynligheden for at spilleren vinder netop } k \text{ spil} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}. \quad (1)$$

Her er  $\binom{n}{p}$  binomial-koefficienten givet ved:  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ , og “!” angiver fakultetsfunktionen:  $k! = k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdots 2 \cdot 1$ . Specielt fremgår det, at sandsynligheden for, at spilleren ikke vinder et eneste af de  $n$  spil, er:

$$\text{Sandsynligheden for at spilleren vinder 0 spil} = (1-p)^n,$$

og sandsynligheden for at det modsatte sker, altså at spilleren vinder mindst et spil, bliver dermed:

$$\text{Sandsynligheden for at spilleren vinder mindst et spil} = 1 - (1-p)^n. \quad (2)$$

## Lotterimodel I

Betragt et lotteri med i alt  $n$  lodder, hvoraf de  $m$  giver gevinst. Hvis man køber  $k$  lodder, hvad er da sandsynligheden for at netop  $\ell$  af dem giver gevinst? Denne sandsynlighed kan bestemmes som:

$$\frac{\binom{m}{\ell} \binom{n-m}{k-\ell}}{\binom{n}{k}}. \quad (3)$$

## Lotterimodel II

Betragt et lotteri med i alt  $n$  lodder, hvoraf  $a$  lodder giver gevinst A, mens  $b$  andre lodder giver gevinst B, og resten af lodderne giver ingen gevinst. Hvis man køber  $k$  lodder, hvad er da sandsynligheden for, at man vinder begge gevinster (A og B) præcis en gang? Denne sandsynlighed kan bestemmes som:

$$\frac{a \cdot b \cdot \binom{n-a-b}{k-2}}{\binom{n}{k}}. \quad (4)$$